

WIEK 12-18 LAT - DLA NAUCZYCIELA

Rozszyfrować niebo: fizyka i informatyka na przykładzie jednego prawdziwego systemu

Pięć lekcji i projekt. Każda lekcja bierze jeden element ADS-B i w pełni rozwija stojącą za nim fizykę lub informatykę: wyprowadzenia tam, gdzie klasa jest w stanie za nimi nadążyć, przykłady obliczeniowe na prawdziwych liczbach, pokazy, dzięki którym idea staje się obserwowalna, oraz miejsca, w których intuicja uczniów zawodzi. Młodszy uczniowie (12-14 lat) śledzą idee i rachunki; starsi (15-18 lat) śledzą wyprowadzenia i realizują projekt.

Nauka - <https://radar.dataero.eu/pl/learning/ages-12-18> 2026-10-22

SPIS TREŚCI

Zanim zaczniesz: dlaczego jeden prawdziwy system jest wart pięciu lekcji

LEKCJA 1 - FIZYKA Fale i widmo

elektromagnetyczne: na czym podróżuje wiadomość

LEKCJA 2 - FIZYKA I MATEMATYKA Czas i położenie: skąd samolot wie, gdzie jest, i jak się znajduje taki, który tego nie powie

LEKCJA 3 - INFORMATYKA Wiadomość cyfrowa: 112 bitów, jak są wysyłane i jak wytłępuje się błędy

LEKCJA 4 - FIZYKA Propagacja i zasięg: krzywizna Ziemi i prawo odwrotnych kwadratów

LEKCJA 5 - FIZYKA I TECHNIKA Anteny i odbiorniki: od 27-centymetrowej fali do kropki na mapie

PROJEKT - OD DWÓCH DO CZTERECH

TYGODNI Zbudujcie odbiornik i sprawdźcie fizykę na prawdziwym niebie

Odpowiedzi do wyzwań ze strony ucznia

DALEJ Projekt krok po kroku

Zanim zaczniesz: dlaczego jeden prawdziwy system jest wart pięciu lekcji

Większość fizyki nauczanej między 12. a 18. rokiem życia podawana jest w kawałkach: tu dział o falach, tam dział o widmie elektromagnetycznym, temat o danych cyfrowych na informatyce, wzmianka o satelitach na geografii. ADS-B to jeden działający system, w którym wszystkie te elementy jednocześnie pełnią rolę nośną i w którym klasa może obserwować efekt za pomocą odbiornika tańszego niż podręcznik. Samolot wyznacza swoje położenie, mierząc czas sygnałów radiowych z satelitów - to trilateracja i prędkość światła. Wynik koduje w 112 bitach z cykliczną kontrolą nadmiarowości - to kodowanie binarne i wykrywanie błędów. Nadaje je jako falę radiową o częstotliwości 1090 MHz z modulacją położenia impulsu - to widmo, częstotliwość i długość fali. Fala dociera do odbiornika tylko po linii prostej, która mija krzywiznę Ziemi, i słabnie odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości - to geometria i energia. Dostrojona antena o długości ćwierci fali zamienia ją na prąd - to rezonans. A sieć odbiorników potrafi zlokalizować nawet milczący nadajnik na podstawie różnic czasu przybycia sygnału - to problem satelitarny odwrócony na lewą stronę. Każda z poniższych lekcji bierze jeden z tych tematów i rozwija go jako pełnoprawne zagadnienie, a ADS-B służy w niej za przewodni przykład, a nie za ozdobnik.

Kurs podstawowy na stronie głównej przedstawia cały system w formie narracji; klasa powinna przeczytać jego rozdziały 3 i 5 przed lekcją 3 oraz rozdziały 6-8 przed lekcjami 4 i 5, a jego słowniczek dobrze sprawdza się jako materiał do rozdania. Ta strona zakłada, że go znasz, i skupia się na fizyce i dydaktyce. Konwencje liczbowe są wszędzie takie same: $c = 3,00 \times 10^8$ m/s, $f = 1090$ MHz, wysokości w metrach, odległości w kilometrach, a samolot w locie przelotowym przyjmuje się na wysokości 11 000 m (poziom lotu 360) i z prędkością 250 m/s, chyba że przykład mówi inaczej.

Dwie przestrogi dotyczące intuicji. Uczniowie przychodzą z przekonaniem, że fale radiowe to rodzaj dźwięku i że to „radar” albo „satelity” widzą samoloty. Oba przekonania są błędne, oba zostają wprost omówione na lekcjach 1 i 2 i oba będą wracać; kurs jest zbudowany tak, by każda kolejna lekcja dawała ci nowy powód do ich prostowania. Poza tym uczniowie, którzy swobodnie radzą sobie ze wzorami, często nie czują rzędów wielkości: kurs na każdym kroku mocno opiera się na pytaniu „jak duże to jest?”, bo 300 m na mikrosekundę, 145 dB tłumienia na trasie i 2^{24} adresów to właśnie takie liczby, dzięki którym fizyka staje się namacalna.

LEKCJA 1 - FIZYKA

Fale i widmo elektromagnetyczne: na czym podróżuje wiadomość

Zacznij od obserwacji, na której opiera się cały kurs: wiadomość radiowa samolotu i wiązka światła to to samo zjawisko fizyczne. Jedno i drugie to fale elektromagnetyczne - drgające pola elektryczne i magnetyczne, które rozchodzą się w przestrzeni bez żadnego ośrodka, z prędkością c , jednakową dla wszystkich częstotliwości w próżni i niemal jednakową w powietrzu: 299 792 458 m/s, co klasa może przyjąć jako $3,00 \times 10^8$ m/s. Jediną wielkością, która odróżnia fale radiowe od światła widzialnego, a światło widzialne od promieni rentgenowskich, jest częstotliwość f drgań. Nasza siatkówka reaguje na częstotliwości od około 4×10^{14} do 8×10^{14} Hz, które odbieramy jako barwy od czerwieni do fioletu; ADS-B nadawane jest z częstotliwością $1,09 \times 10^9$ Hz, mniej więcej pół miliona razy niższą. Fala nie różni się niczym co do natury; to tylko nasze oczy są wybiórcze.

Wyprowadź z klasą równanie fali, zamiast je podawać. Jeśli fala biegnie z prędkością c i drga f razy na sekundę, to w ciągu sekundy przesuwa się o odległość c i wykonuje f pełnych cykli; każdy cykl zajmuje więc długość c / f . Ta długość to długość fali, λ , zatem $c = f \times \lambda$. W zastosowaniu do ADS-B: $\lambda = 3,00 \times 10^8 / 1,09 \times 10^9 = 0,275$ m. Grzbiety fali niosącej wiadomość od samolotu do odbiornika są oddalone od siebie o 27,5 cm. Niech klasa umieści ją na widmie, które sama narysuje na osi logarytmicznej: radio FM przy 100 MHz i 3 m, ADS-B przy 1 090 MHz i 27,5 cm, telefony komórkowe przy 1 800 MHz i 17 cm, Wi-Fi i kuchenki mikrofalowe przy 2 450 MHz i 12 cm, podczerwień, światło widzialne przy $5,6 \times 10^{14}$ Hz i 540 nm i tak dalej aż do promieni rentgenowskich. Ćwiczenie polegające na umieszczeniu fali samolotu między telefonem a kuchenką jest warte więcej niż jakakolwiek tabela, bo pokazuje, że to sąsiedzi.

Teraz zmierz się bezpośrednio z pomyleniem z dźwiękiem, bo jest powszechne, a kontrast uczy o obu zjawiskach. Dźwięk to podłużna fala ciśnienia w ośrodku; jego prędkość jest właściwością ośrodka: 343 m/s w powietrzu o temperaturze 20 stopni, około 1 500 m/s w wodzie i zero w próżni. Fala radiowa to poprzeczna fala elektromagnetyczna, która w ogóle nie potrzebuje ośrodka, biegnie z prędkością c w próżni i niezauważalnie wolniej w powietrzu. Podaj różnicę liczbowo: $3,00 \times 10^8$ podzielone przez 343 to około 875 000. Samolot oddalony o 30 km, który w tej samej chwili wyda dźwięk i nada wiadomość, dostarczy wiadomość po 100 mikrosekundach, a dźwięk po 87 sekundach; zanim dźwięk dotrze, samolot

przeleci 22 km. Pokaż to lina w klasie i latarka na drugim końcu boiska: fala na linie wyraźnie potrzebuje liny i biegnie z prędkością, którą lina narzuca, a błysk latarki dociera na drugi koniec bez opóźnienia, które ktokolwiek mógłby zmierzyć. Wymień wprost, co lina ma wspólnego ze światłem (falę, długość fali, częstotliwość, stałą prędkość, a więc odwrotną zależność między f i λ), a czego nie ma (ośrodek, prędkości rzędu metrów na sekundę).

Zakończ polaryzacją, którą łatwo pokazać i która zaprocentuje na lekcji 5. Pole elektryczne fali elektromagnetycznej drga w określonym kierunku, prostopadłym do kierunku jej biegu. Anteny transponderów w samolotach są pionowe, więc fala ADS-B jest spolaryzowana pionowo; antena odbiorcza również musi być pionowa, a ustawiona poziomo nie słyszy prawie nic. Fala na linie, wzbudzana ruchem pionowym, przechodzi przez pionową szczelinę w kartonowym pudełku i zostaje zatrzymana przez poziomą; dwa kawałki folii polaryzacyjnej (z pary tanich okularów 3D) skrzyżowane na tle okna pokazują to samo dla światła. Poproś klasę, by przewidziała, co stanie się z odbiorem, jeśli antenę odbiorczą położy się płasko. Sprawdź tę prognozę w projekcie.

Zadanie do rozwiązania

Drugi system ADS-B, używany przez lekkie samoloty w Stanach Zjednoczonych, nadaje na częstotliwości 978 MHz. Jaka jest jego długość fali i jak długa byłaby dla niego antena ćwierćfalowa? (0,307 m; 7,7 cm.) Uczeń, który potrafi to obliczyć, opanował lekcję 1.

LEKCJA 2 - FIZYKA I MATEMATYKA

Czas i położenie: skąd samolot wie, gdzie jest, i jak się znajduje taki, który tego nie powie

Wszystko, co samolot nadaje o swoim położeniu, pochodzi z nawigacji satelitarnej, a nawigacja satelitarna jest w gruncie rzeczy pomiarem czasu. Każdy satelita GNSS, krążący na wysokości około 20 200 km, ma na pokładzie zegar atomowy i nadaje sygnał podający jego własne położenie oraz dokładny moment nadania. Odbiornik notuje moment odbioru. Różnica pomnożona przez c to odległość od tego satelity, a jedna taka odległość umieszcza odbiornik na sferze o tym promieniu, której środkiem jest satelita. Niech klasa sama policzy: dwie sfery przecinają się wzdłuż okręgu, trzy - w dwóch punktach, z których jeden leży daleko od powierzchni Ziemi i można go odrzucić. Wystarczy więc trzy satelity, pod warunkiem że odbiornik ma idealny zegar. Nic takiego nie ma; oscylator kwarcowy odpycha o wiele bardziej niż o wymagane nanosekundy. Rozwiązanie, które stanowi eleganckie sedno tematu, polega na potraktowaniu błędu zegara odbiornika jako czwartej niewiadomej i użyciu czwartego satelity: cztery równania z czterema niewiadomymi (x , y , z i przesunięcie zegara), rozwiązywane bez przerwy. Odbiornik GNSS potrzebuje więc czterech satelitów w zasięgu widoczności, a przy okazji utrzymuje czas z dokładnością do kilkudziesięciu nanosekund - dlatego odbiorniki sieci, o której mowa dalej, korzystają z tych samych satelitów co samoloty, by synchronizować swoje zegary.

Wypisz rzędy wielkości na tablicy i stale do nich wracaj. Światło pokonuje 0,300 m w nanosekundę i 300 m w mikrosekundę. Błąd pomiaru czasu o 1 mikrosekundę to błąd odległości o 300 m; dokładność rzędu kilku metrów, jaką ma nowoczesny odbiornik, odpowiada pomiarowi czasu na poziomie dziesięciu nanosekund. Czas przelotu sygnału od satelity znajdującego się dokładnie nad głową wynosi $20\,200\text{ km} / 3,00 \times 10^8\text{ km/s} = 0,0673\text{ s}$, a od satelity blisko horyzontu około 0,086 s, więc odbiornik mierzy różnice rzędu kilku milisekund z dokładnością do stumilionowej części tej wartości. Zapytaj klasę, co by się stało,

gdyby zegar satelity spieszył się o jedną mikrosekundę; uczniowie powinni dostrzec, że każdy korzystający z niego odbiornik zostałby przesunięty o około 300 m wzdłuż linii w stronę satelity - i dlatego zegary satelitów są korygowane z Ziemi kilka razy dziennie.

Rozdziel dwie wysokości, bo wiadomość niesie obie, a uczniowie zawsze o to pytają. Rozwiązanie satelitarne daje wysokość geometryczną nad elipsoidą odniesienia Ziemi. Samoloty podają jednak wysokość barometryczną: ciśnienie statyczne na zewnątrz kadłuba przeliczone na wysokość według atmosfery wzorcowej ISA, która zakłada 1013,25 hPa i 15 stopni na poziomie morza oraz spadek temperatury o 6,5 stopnia na kilometr. W dniu, w którym rzeczywiste ciśnienie odbiega od wzorcowego, wysokość barometryczna każdego samolotu jest błędna o tę samą wartość - a dokładnie tego potrzebuje separacja: dwa samoloty na poziomach lotu 350 i 360 dzieli 1 000 ft niezależnie od pogody. Komunikaty o położeniu ADS-B niosą wysokość barometryczną w krokach co 25 stóp; komunikat o prędkości niesie różnicę między wysokością barometryczną a geometryczną, więc odbiornik może odtworzyć obie. Dla starszej grupy zależność ISA $p = p_0 (1 - 0,0065 h / 288,15)^{5,255}$ to dobre ćwiczenie w arkuszu kalkulacyjnym: odwróćcie ją, by wyznaczyć h z p , i sprawdźcie, że 11 000 m odpowiada około 227 hPa, czyli jednej piątej ciśnienia na poziomie morza.

Teraz odwróć problem na lewą stronę. Niektóre samoloty nadają na 1090 MHz bez położenia satelitarnego: starsze transpondery odpowiadające radarowi jedynie identyfikacją i wysokością albo samoloty, których GNSS jest zagłuszany. Sieć odbiorników wciąż potrafi je zlokalizować. Załóżmy, że cztery odbiorniki ze zsynchronizowanymi zegarami rejestrują moment przybycia tej samej transmisji. Nadajnik jest nieznan, odbiorniki są znane: to problem GNSS z zamienionymi rolami tego, co znane, i tego, co nieznanne. Wiadomość, która dotarła do odbiornika A o jedną mikrosekundę wcześniej niż do odbiornika B, została wysłana z punktu położonego o 300 m bliżej A niż B, a zbiorem takich punktów jest hiperboloida o ogniskach A i B. Trzy niezależne pary z czterech odbiorników dają trzy hiperboloidy, których przecięciem jest samolot. To multilateracja, która wymaga, by zegary odbiorników zgadzały się z dokładnością do około 100 ns - a tę dokładność zapewniają im satelity. Dla klasy sprowadź to do dwóch wymiarów ćwiczeniem na boisku: trzech uczniów ze stoperami w wymierzonych punktach, czwarty, ukryty gdzieś, klaszcze, trójka zapisuje opóźnienia skorygowane o czas reakcji, a klasa rysuje hiperbole (albo, prościej, sprawdza próbne położenia na rysunku w skali), by znaleźć klaszczącego, przyjmując 343 m/s. Potem zapytaj, jaka musiałaby być dokładność pomiaru czasu, żeby zrobić to samo falami radiowymi na odległości 200 km, i pozwól uczniom poczuć przepaść między stoperem a zegarem atomowym.

Zadanie do rozwiązania

Dwa odbiorniki oddalone od siebie o 60 km rejestrują wiadomość w odstępie 50 mikrosekund. O ile bliżej pierwszego odbiornika był samolot? (15 km.) Gdyby zegary różniły się względem siebie o 1 mikrosekundę, jaki błąd wprowadziłoby to do odpowiedzi? (300 m.) Uczeń, który potrafi wyjaśnić, dlaczego druga odpowiedź nie zależy od odległości, zrozumiał, czego wymaga multilateracja.

LEKCJA 3 - INFORMATYKA

Wiadomość cyfrowa: 112 bitów, jak są wysyłane i jak wytłapuje się błędy

Transponder samolotu wysyła dane ADS-B jako rozszerzony squitter Mode S: 8-mikrosekundową preambułę, po której następuje 112 bitów danych z prędkością dokładnie jednego bitu na mikrosekundę. Zacznij lekcję od preambuły, bo odpowiada ona na pytanie, którego uczniowie jeszcze nie pomyśleli zadać: skąd odbiornik wie, że zaczęła się wiadomość, skoro kanał jest pełen szumu i innych samolotów? Preambuła to stały wzór czterech impulsów w chwilach 0; 1; 3,5 i 4,5 mikrosekundy. Dekoder nieustannie szuka tego wzoru; gdy go znajdzie, wie zarówno, że nadchodzi wiadomość, jak i dokładnie, kiedy zaczyna się każda szczelina bitowa. Każdy protokół cyfrowy, z jakim zetknęli się uczniowie, od Wi-Fi po kod QR, ma swój odpowiednik - to dobry moment, żeby to powiedzieć.

Następnie modulacja. Nadajnik radiowy może być włączony albo wyłączony; jak przesłać 1 albo 0? ADS-B stosuje modulację położenia impulsu (PPM): każda jednomikrosekundowa szczelina bitowa dzieli się na dwie połowy, a impuls w pierwszej połowie, po którym następuje cisza, oznacza 1, natomiast cisza, po której następuje impuls, oznacza 0. Narysuj na tablicy kilka bitów jako impulsy i niech klasa je odczyta. Potem zapytaj, dlaczego to lepsze od oczywistego schematu „impuls oznacza 1, brak impulsu oznacza 0”. Przy niewielkiej podpowiedzi pojawiają się dwa powody. Na każdy bit przypada zawsze dokładnie jeden impuls, więc odbiornik utrzymuje synchronizację nawet podczas ciągu zer, a każdy bit może rozstrzygnąć, sprawdzając, która połowa była głośniejsza, zamiast tego, czy impuls przekroczył jakiś bezwzględny próg - dzięki temu dekodowanie nie zależy od tego, jak silny akurat jest sygnał. Długiego ciągu zer w naiwnym schemacie nie dałoby się odróżnić od ciszy; w PPM to równomierny werbel impulsów w drugich połowach.

Cztery bity w modulacji położenia impulsu: 1, 0, 1, 1



Każda szczelina trwa 1 mikrosekundę. Impuls w pierwszej połowie: 1. Impuls w drugiej połowie: 0.

Teraz układ 112 bitów, który klasa powinna umieć odtworzyć z pamięci pod koniec lekcji. Bity 1-5 to format łączy w dół (downlink format), 17 dla ADS-B z transpondera. Bity 6-8 to kod możliwości (capability). Bity 9-32 to 24-bitowy adres ICAO, stała tożsamość samolotu. Bity 33-88 to 56-bitowe pole wiadomości, którego pierwsze pięć bitów, kod typu, mówi, co zawiera pozostałe 51: komunikat identyfikacyjny (kody typu 1-4) niesie ośmioznakowy znak wywoławczy jako osiem znaków 6-bitowych; położenie w powietrzu (9-18) niesie 12 bitów wysokości barometrycznej, flagę wskazującą, czy to ramka parzysta, czy nieparzysta, oraz po 17 bitów zakodowanej szerokości i długości geograficznej; komunikat o prędkości (19) niesie składowe wschód-zachód i północ-południe prędkości względem ziemi, prędkość pionową oraz różnicę wysokości barometrycznej i geometrycznej. Bity 89-112 to 24-bitowa parzystość. Zadaj rachunki: 24 bity adresu dają $2^{24} = 16\,777\,216$ samolotów; osiem znaków 6-bitowych pozwala na 64 symbole każdy, co wystarcza na litery, cyfry i spację; 12 bitów wysokości w krokach co 25 stóp obejmuje 102 400 stóp; a 17 bitów szerokości geograficznej, użytych naiwnie na 180 stopniach, dałoby rozdzielczość zaledwie 1,4 km - co rodzi pytanie, na które odpowiada kompaktowe raportowanie

położenia (CPR). Wyjaśnij CPR w jednym akapicie: 17 bitów podaje położenie wewnątrz strefy z dokładnością do kilku metrów, ale nie mówi, o którą strefę chodzi; samolot nadaje na przemian w dwóch siatkach stref, parzystej i nieparzystej, a odbiornik, który ma po jednej ramce z każdej, może jednoznacznie ustalić strefę, a potem śledzić samolot na podstawie pojedynczych komunikatów. To zgrabny przykład uzyskania większej precyzji z tych samych bitów dzięki wykorzystaniu czasu.

DF	CA	adres ICAO	ME - ładunek	PI
5 bity format łącza w dół	3 bity możliwości	24 bity unikalna tożsamość samolotu	56 bity położenie, wysokość, prędkość, znak wywoławczy lub status, zależnie od kodu typu w pierwszych 5 bitach	24 bity kontrola błędów (CRC)

Daj klasie prawdziwą wiadomość i pozwól ją rozebrać na części. Ciąg szesnastkowy 8D4840D6202CC371C32CE0576098 ma 28 cyfr szesnastkowych, czyli 112 bitów. Zamiana dwóch pierwszych cyfr, 8D, na zapis dwójkowy daje 10001 101: DF = 17, CA = 5. Kolejne sześć cyfr, 4840D6, to adres ICAO, który tabele przydziału przypisują Holandii. Następne cyfry, 20 ..., zaczynają się od 00100, czyli kodu typu 4 - komunikatu identyfikacyjnego - a zdekodowanie kolejnych znaków 6-bitowych daje znak wywoławczy KLM1023. Ostatnie sześć cyfr, 576098, to parzystość. Klasa z arkuszem kalkulacyjnym albo kilkoma linijkami Pythona może przeprowadzić całe dekodowanie w ciągu jednej lekcji, a celem, do którego warto dążyć, jest umiejętność spojrzenia na ciąg szesnastkowy i powiedzenia: „to samolot KLM, który podaje numer swojego lotu”.

8D 4840D6 202CC371C32CE0 576098

8D: format łącza w dół 17, możliwości 5. 4840D6: adres ICAO przydzielony Holandii. 20...: kod typu 4, identyfikacja, znak wywoławczy KLM1023. 576098: 24-bitowa parzystość.

Zakończ parzystością, bo to idea informatyczna najbardziej warta rozwinięcia. Nad ruchliwym lotniskiem wiadomości od różnych samolotów nieustannie nakładają się na siebie w odbiorniku, a impulsy giną też w szumie; dekodery nieuchronnie złożą czasem błędne bity. 24-bitowe pole na końcu to cykliczna kontrola nadmiarowości (CRC): 88 bitów wiadomości traktuje się jak długą liczbę dwójkową i dzieli - w szczególnej arytmetyce, w której odejmowanie to alternatywa wykluczająca (XOR) - przez stały 25-bitowy wielomian generujący; reszta z dzielenia to CRC. Odbiornik powtarza dzielenie na zdekodowanych bitach i porównuje wynik. Każdy pojedynczy przekłamany bit, każde dwa i każda seria błędów o długości do 24 bitów zmienia resztę, więc uszkodzona wiadomość zostaje odrzucona. Pokaż tę ideę w małej skali na 4-bitowym CRC dla 8-bitowej wiadomości liczoną ręcznie albo na prostszym odpowiedniku, cyfrze kontrolnej kodu kreskowego; potem niech starsza grupa zaimplementuje prawdziwe CRC-24 w kilku liniach kodu i sprawdzi, że parzystość przykładowej wiadomości wychodzi poprawnie, a odwrócenie jednego bitu powoduje błąd. To wykrywanie błędów w taki sposób, w jaki robi to każdy nowoczesny system, poznane w kontekście, w którym przeoczony błąd mógłby umieścić na ekranie kontrolera samolot widmo.

Zadanie do rozwiązania

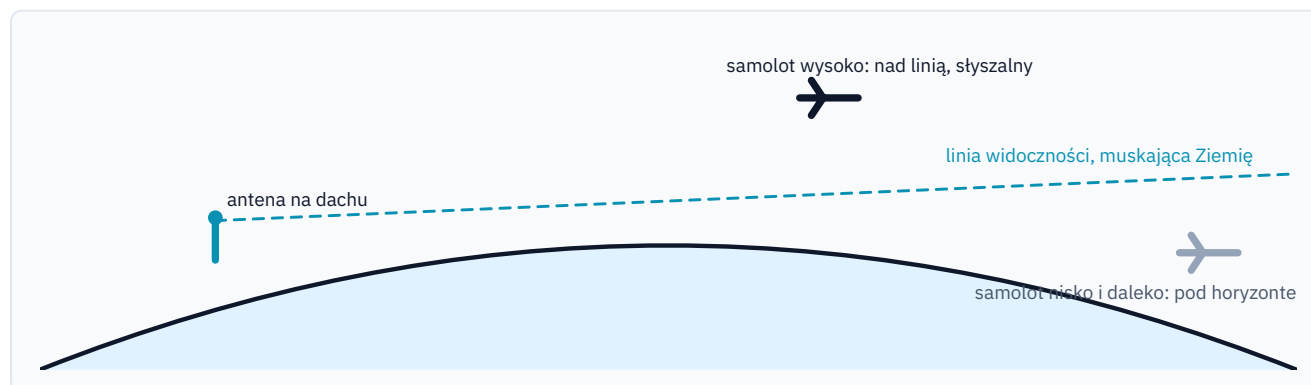
Ile trwa pełna transmisja i jeśli transponder wysyła 4,5 rozszerzonego squittera na sekundę, przez jaką część czasu nadaje ADS-B? (120 mikrosekund; 540 mikrosekund na sekundę, czyli 0,054 procent.) Ile samolotów mogłoby teoretycznie dzielić kanał, zanim stałby się nieprzerwanie zajęty, jeśli pominąć wszystko inne, co jest na nim nadawane? (Okolo 1 850 - dlatego przeciążenie kanału nad najbardziej zatłoczoną przestrzenią powietrzną jest realnym problemem inżynierskim.)

LEKCJA 4 - FIZYKA**Propagacja i zasięg: krzywizna Ziemi i prawo odwrotnych kwadratów**

Z jak daleka odbiornik może usłyszeć samolot? Na to pytanie są dwie niezależne odpowiedzi, geometryczna i energetyczna, a celem lekcji jest wyprowadzenie obu i odkrycie, że konstruktorzy systemu sprawili, iż są one zgodne. Najpierw geometria. Przy 1090 MHz fale radiowe nie uginają się w użyteczny sposób wokół Ziemi; zachowują się jak światło i biegną po liniach prostych. Odbiornik może więc słyszeć tylko samoloty znajdujące się nad jego horyzontem, czyli takie, od których prosta poprowadzona do anteny nie przechodzi przez ziemię. Wyprowadź z klasą odległość do horyzontu. Antena na wysokości h nad kulą o promieniu R widzi horyzont tam, gdzie jej linia widoczności jest styczna do kuli. Styczna, promień do punktu styczności i promień do anteny tworzą kąt prosty w punkcie styczności, więc z twierdzenia Pitagorasa $d^2 + R^2 = (R + h)^2$, skąd $d^2 = 2Rh + h^2$. Ponieważ h jest znikome w porównaniu z R , $d = \sqrt{2Rh}$. Dla $R = 6\,371\text{ km}$ i h w metrach d w kilometrach $= \sqrt{2 \times 6371 \times h / 1000} = 3,57 \sqrt{h}$. Gęstość atmosfery, a więc i jej współczynnik załamania, maleje z wysokością, co lekko zagina promienie radiowe w dół; standardowa poprawka traktuje Ziemię tak, jakby miała cztery trzecie swojego rzeczywistego promienia, co zastępuje 3,57 przez 4,12. Pełny zasięg widoczności od anteny na wysokości h_1 do samolotu na wysokości h_2 to suma dwóch odległości do horyzontu:

$$d \text{ (km)} = 4,12 \times (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \quad h_1, h_2 \text{ w metrach}$$

Antena na dachu na wysokości 20 m, samolot na 11 000 m: $4,12 \times (4,47 + 104,9) = 451\text{ km}$. Ta sama antena, samolot na 1 000 m: $4,12 \times (4,47 + 31,6) = 149\text{ km}$. Samolot na pasie startowym 30 km dalej: $4,12 \times (4,47 + 2) = 27\text{ km}$, więc nie jest słyszalny.



Niech klasa narysuje wykres d w funkcji h_2 dla wysokości anteny we własnej szkole; krzywa, najpierw stroma, potem coraz bardziej płaska, wyjaśnia kształt zasięgu każdego odbiornika: okrąg o promieniu 400 km i więcej dla ruchu przelotowego, kilkadziesiąt kilometrów dla samolotów podchodzących do

lądowania i nic na ziemi poza najbliższym lotniskiem. Wyjaśnia też, dlaczego wysokość ma większe znaczenie niż jakakolwiek inna cecha odbiornika i dlaczego wzgórze między tobą a lotniskiem albo skrzydło samego samolotu, gdy ten przechyla się, odlatując, natychmiast przerywa ślad. Pokaz na boisku z kursu dla szkoły podstawowej - z ławki widać dalej niż w przysiadzie - nie jest poniżej poziomu tej grupy wiekowej, jeśli zaraz po nim przeprowadzisz wyprowadzenie; chodzi o to, że teraz uczniowie wiedzą, dlaczego tak jest.

Teraz energia. Transponder wypromieniowuje moc szczytową kilkuset watów, mniej więcej równomiernie we wszystkich kierunkach poziomych. W odległości d ta moc rozkłada się na powierzchni sfery o polu $4\pi d^2$, więc moc przechwytywana przez antenę o stałej powierzchni skutecznej maleje jak $1/d^2$: to prawo odwrotnych kwadratów, które klasa powinna wyprowadzić z pola powierzchni sfery, a nie zapamiętywać. Dwa razy dalej - jedna czwarta mocy; dziesięć razy dalej - jedna setna. Radioinżynierowie wyrażają tłumienie między izotropowym nadajnikiem a izotropowym odbiornikiem w decybelach, a standardowy wzór, który starsza grupa może przyjąć na wiarę albo wyprowadzić z powierzchni skutecznej anteny, $\lambda^2 / 4\pi$, ma postać:

$$\text{tłumienie trasy (dB)} = 20 \log_{10}(d \text{ w km}) + 20 \log_{10}(f \text{ w MHz}) + 32,44$$

Przy 400 km i 1090 MHz: $20 \times 2,60 + 20 \times 3,04 + 32,44 = 52,0 + 60,7 + 32,4 = 145$ dB. Nadajnik 250 W to +54 dBm; moc odebrana wynosi $54 - 145 = -91$ dBm, około 8×10^{-13} W, czyli milionowa część milionowej części wata.

Poświęć kilka minut decybelom, jeśli klasa jeszcze ich nie zna, bo zamieniają mnożenie w zakresie czternastu rzędów wielkości w dodawanie, a sama liczba jest pouczająca: odbiornik na dachu wykrywa sygnał $10^{14,5}$ razy słabszy od tego, który opuścił samolot. Dobry amatorski odbiornik potrafi dekodować sygnały do około -100 dBm, więc przy 400 km zostaje około 9 dB zapasu - innymi słowy, granica energetyczna i horyzont geometryczny dla samolotu pasażerskiego w locie przelotowym wypadają w tym samym miejscu. To nie przypadek; moc transponderów i normy dla odbiorników określono tak, by samolot był słyszalny do horyzontu i niewiele dalej, co chroni kanał przed zalaniem transmisjami z sąsiedniego kraju.

Dwa uzupełnienia dla starszej grupy. Po pierwsze, efekt Dopplera: samolot zbliżający się z prędkością 250 m/s przesuwą częstotliwość odbieraną o $f \times v / c = 1,09 \times 10^9 \times 250 / 3 \times 10^8 = 908$ Hz, mniej niż jedną milionową częstotliwości nośnej, czego odbiornik w ogóle nie zauważa; zestaw to ze słyszalnym przesunięciem Dopplera dźwięku samolotu, gdzie v / c wynosi $250 / 343$, a wysokość tonu zmienia się w czasie przelotu o prawie oktawę. Po drugie, czas przelotu sygnału: 400 km z prędkością c to 1,33 ms, więc położenie w wiadomości ma już 1,33 ms, a w tym czasie samolot przesunął się o 33 cm; to bez znaczenia dla mapy, ale decydujące dla multilateracji z lekcji 2, która żyje właśnie z tych mikrosekund.

Zadanie do rozwiązania

Odbiornik na 10-metrowym maszcie słyszy samolot w locie przelotowym na wysokości 11 000 m, ale nie słyszy lekkiego samolotu na wysokości 600 m, oddalonego o 130 km. Czy lekki samolot jest pod horyzontem? (Horyzont: $4,12 \times (3,16 + 24,5) = 114$ km, więc tak.) Na jakiej wysokości musiałby być odbiornik, żeby go usłyszeć? (Potrzeba $4,12 \times (\sqrt{h_1} + 24,5) = 130$, więc $\sqrt{h_1} = 7,05$, $h_1 = 50$ m.)

LEKCJA 5 - FIZYKA I TECHNIKA

Anteny i odbiorniki: od 27-centymetrowej fali do kropki na mapie

Antena to przewodnik, w którym przechodząca fala elektromagnetyczna indukuje prąd zmienny; antena odbiorcza i antena nadawcza to to samo urządzenie działające w przeciwnych kierunkach - tę wzajemność (zasadę odwracalności) trzeba klasie wyraźnie wskazać. Indukowany prąd jest największy, gdy przewodnik jest w rezonansie: gdy jego długość jest taka, że rozkład prądu wzdłuż niego pasuje do drgań fali, dokładnie tak jak struna o odpowiedniej długości rezonuje z określonym dźwiękiem albo huśtawka z określonym rytmem popychania. Podstawowy rezonans prostego przewodnika występuje przy połowie długości fali, 13,75 cm przy 1090 MHz, z największym prądem pośrodku i zerowym na końcach. Praktyczna antena ADS-B, zarówno w samolocie, jak i w większości odbiorników, to ćwierćfalowy monopol: pionowy element o długości 6,9 cm stojący na przewodzącej przeciwwadze, która tworzy jego elektryczne odbicie lustrzane, tak że element i odbicie razem stanowią dipol półfalowy. W samolocie przeciwwagą jest kadłub; kupiona antena 1090 MHz kryje tę samą geometrię wewnątrz swojej tuby, powtórzoną kilka razy jedna nad drugą, aby skupić czułość w stronę horyzontu. Model zbudowany na lekcji z pręta o długości 6,9 cm na blaszanej pokrywie pokazuje tę geometrię i długość, zmierzoną linijką i porównaną z falą o długości 27,5 cm; odbiornik z projektu korzysta jednak z anteny dostrojonej fabrycznie, bo kilka milimetrów błędu rozstraja antenę domowej roboty, a wtedy słyszy ona tylko ułamek nieba.

Omów charakterystykę promieniowania, bo przewiduje ona coś, co klasa może zaobserwować. Pionowy monopol promieniuje i odbiera najsilniej w kierunku horyzontu, a wzdłuż własnej osi wcale; jego czułość narysowana w trzech wymiarach ma kształt obwarzanka, przez którego środek przechodzi antena. Dlatego odbiornik zwykle doskonale słyszy samoloty oddalone o 300 km, a na kilka sekund traci ten, który przelatuje dokładnie nad nim - i klasa może to obserwować na własnym odbiorniku. Antena kolinearna, czyli kilka rezonansowych elementów ustawionych jeden nad drugim, spłaszczają obwarzanek, zwiększając czułość przy horyzoncie, gdzie są odległe samoloty, kosztem dziury nad głową: to zysk anteny, wyrażany w dBi, który bierze się z przeniesienia czułości, nigdy z jej wytworzenia. Polaryzacja z lekcji 1 ma teraz praktyczną konsekwencję, którą sprawdzi projekt: antena musi być pionowa.

Między anteną a komputerem są trzy stopnie, a każdy z nich to mała lekcja. Filtr pasmowy przepuszcza 1090 MHz i odrzuca znacznie silniejsze transmisje telefonii komórkowej odległe o kilkaset megaherców, które w przeciwnym razie nasyciłyby wzmacniacz. Wzmacniacz niskoszumowy, umieszczony przy antenie, a nie przy odbiorniku, mnoży sygnał tysiąckrotnie, zanim trafi on do kabla; kolejność ma znaczenie, bo kabel koncentryczny przy 1090 MHz traci mniej więcej połowę sygnału, 3 dB, na każde dziesięć metrów, a wzmacnianie po tej stracie wzmocniłoby razem z sygnałem również szum kabla. Potem radio programowalne (SDR): urządzenie USB za 20 euro, pierwotnie zrobione jako tuner telewizyjny, które przenosi sygnał do pasma podstawowego i próbkuje go dwa miliony razy na sekundę, zamieniając w strumień liczb. Od tego miejsca problem radiowy staje się problemem programistycznym. Darmowe oprogramowanie przeszukuje strumień próbek w poszukiwaniu wzoru preambuły, mierzy, która połowa każdej mikrosekundowej szczeliny niesie więcej energii, składa 112 bitów, oblicza CRC i jeśli wynik się zgadza, dekoduje pola. Program śledzący łączy następnie w pary parzyste i nieparzyste ramki położenia, scala położenie, prędkość i identyfikację według adresu ICAO i przechowuje stan każdego samolotu, dopóki przychodzą od niego wiadomości.

Przedstaw klasie ten łańcuch jako schemat, który uczniowie narysują sami, z wielkością na każdym etapie: nanowolty prądu zmiennego na antenie; mikrowolty za wzmacniaczem; dwa miliony 8-bitowych liczb na sekundę na wyjściu SDR; 112-bitowe ramki na wyjściu dekodera, może kilkaset na sekundę; jeden rekord na samolot na wyjściu programu śledzącego. Wniosek, do którego trzeba doprowadzić, jest taki, że kropka na mapie to drugi koniec łańcucha, w którym każde ogniwo jest ideą, którą uczniowie teraz rozumieją: rezonans, filtrowanie, wzmacnianie, próbkowanie, dopasowywanie wzorców, dekodowanie, kontrola błędów, agregacja.

Zadanie do rozwiązania

Kabel traci 3 dB na 10 m przy 1090 MHz. Jaką część sygnału traci więc odcinek 20 m? (6 dB, trzy czwarte.) Jeśli granica czułości odbiornika wynosi -100 dBm, a sygnał od samolotu oddalonego o 400 km ma na antenie -91 dBm, czy sygnał przetrwa kabel bez wzmacniacza? (Ledwo: -97 dBm. Jakakolwiek dodatkowa strata, deszcz na złączach albo dłuższy kabel, i samolot na horyzoncie znika. Dlatego wzmacniacz montuje się przy antenie.)

PROJEKT - OD DWÓCH DO CZTERECH TYGODNI**Zbudujcie odbiornik i sprawdźcie fizykę na prawdziwym niebie**

Projekt zamienia pięć lekcji w pomiary. Sprzęt to dongle USB z radiem programowalnym (około 25 euro), antena 1090 MHz dostrojona fabrycznie (50-70 euro), kilka metrów kabla koncentrycznego oraz laptop lub Raspberry Pi z jednym z darmowych dekodów (standardem jest dump1090 i jego następca). Instalacja zajmuje jedno popołudnie, a oprogramowanie po kilku minutach pokazuje tabelę samolotów z ich adresami ICAO, znakami wywoławczymi, położeniami, wysokościami i prędkościami, a także mapę. Wszystko w projekcie służy wyłącznie do odbioru; nic nie nadaje, a klasa powinna rozumieć, że nadawanie na częstotliwościach lotniczych byłoby zarówno nielegalne, jak i niebezpieczne. Dostęp do dachu wymaga zwykłej zgody szkoły; okno na wyższym piętrze, wychodzące na główne trasy ruchu, to całkiem dobry początek. Strona „Zostań feederem” w tym serwisie prowadzi krok po kroku przez tę samą instalację i pozwala szkolnemu odbiornikowi zasilać danymi mapę na żywo.

Pierwsze badanie dotyczy horyzontu radiowego. Dekoder podaje dla każdego samolotu odległość i wysokość, na której był ostatnio słyszany. W ciągu dnia zbierzcie maksymalny zasięg, z jakiego odebrano samoloty w kilku przedziałach wysokości, i narysujcie wykres zasięgu w zależności od wysokości. Uczniowie mają wzór z lekcji 4 i znają wysokość anteny; powinni przewidzieć krzywą, zanim zobaczą dane, a potem porównać. Zgodność jest zwykle dobra dla samolotów lecących wysoko i gorsza dla nisko lecących, a dyskusja o tym, dlaczego tak jest (budynki, ukształtowanie terenu, dziura nad anteną, zasłanianie przez sam samolot), to właśnie ten rodzaj konfrontacji teorii z pomiarem, jakiego podręcznik nie zapewni. Mapa najdalszych samolotów usłyszanych w każdym kierunku, którą rysuje oprogramowanie, pokazuje ukształtowanie terenu całego regionu jako cienie w zasięgu.

Drugie badanie dotyczy anteny. Porównajcie liczbę wiadomości na sekundę i maksymalny zasięg z anteną w pomieszczeniu, przy oknie i na dachu; pionową i położoną poziomo; stojącą na metalowej powierzchni i trzymaną z dala od wszelkiego metalu. Każde porównanie sprawdza konkretne twierdzenie z lekcji 1 i 5, a każdy wynik należy najpierw przewidzieć. Najbardziej uderzający jest test polaryzacji: położona płasko antena traci większość swoich samolotów.

Trzecie badanie dotyczy danych. Zapiszcie ruch z całego dnia i zadawajcie mu pytania: która godzina jest najbardziej ruchliwa, jaki jest rozkład wysokości przelotowych (uczniowie spodziewają się rozrzutu, a odkrywają, że większość samolotów pasażerskich leci między 10 000 a 12 000 m), jakie jest tempo wznoszenia samolotów startujących z najbliższego lotniska, samoloty z jakich państw przelatują najczęściej (na podstawie przydziału adresów ICAO). Starsza grupa może sama dekodować surowe wiadomości z zapisu szesnastkowego, który loguje oprogramowanie, i sprawdzać CRC we własnym kodzie. Klasa, która ma drugi odbiornik w szkole partnerskiej oddalonej o 30 km lub więcej, oba ze znacznikami czasu z GNSS, może spróbować dwuwymiarowej multilateracji samolotu słyszanego przez oba odbiorniki i porównać wynik z położeniem nadanym przez sam samolot: to najambitniejszy efekt kursu, i całkiem realny.

Zakończcie pytaniami, które system stawia, ale na które nie odpowiada. Wiadomości nie są podpisane, więc nadajnik mógłby nadawać samolot widmo; co chroni system i ile kosztowałaby wersja z podpisem? Samolot zależy od satelitów, które można zagłuszyć; co dzieje się wtedy z obrazem na ekranie kontrolera? Dane identyfikują samoloty, a samolot może zidentyfikować człowieka; kto powinien móc śledzić kogo? Klasa, która zbudowała odbiornik, zasłużyła na te pytania, a nadają się one świetnie na końcowe wypracowanie albo debatę.

Odpowiedzi do wyzwań ze strony ucznia

Strona dla ucznia zawiera osiem wyzwań, po jednym lub dwa na lekcję, które można wykorzystać jako pracę domową albo test na koniec kursu. Oto odpowiedzi wraz z rozumowaniem, które powinna zawierać odpowiedź na pełną liczbę punktów:

1. Długość fali przy 1090 MHz: $\lambda = c / f = 3,00 \times 10^8 / 1,09 \times 10^9 = 0,275$ m. Element ćwierćfalowy: 6,9 cm. Rozumowanie: $c = f \times \lambda$, a stała prędkość światła wymusza odwrotną zależność.
2. Światło jest szybsze od dźwięku $3,00 \times 10^8 / 343$, czyli około 875 000 razy. Na odległości 30 km wiadomość potrzebuje 100 mikrosekund, a dźwięk 87 s; samolot lecący z prędkością 250 m/s pokonuje w tym czasie 22 km.
3. Błąd zegara o 2 mikrosekundy daje błąd odległości $2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^8 = 600$ m. Potrzebne są cztery satelity, bo przesunięcie zegara odbiornika jest czwartą niewiadomą obok x, y i z.
4. $2^{24} = 16\,777\,216$ adresów. 112-bitowa wiadomość przy 1 bicie na mikrosekundę trwa 112 mikrosekund, a z preambułą 120.
5. W 8D4840D6... 8D to 10001101: pierwsze pięć bitów, 10001, to 17, więc DF = 17, czyli wiadomość ADS-B z transpondera Mode S; kolejne trzy, 101, dają CA = 5. 4840D6 to adres ICAO.
6. Horyzont radiowy od anteny na wysokości 15 m do samolotu na 9 000 m: $4,12 \times (3,87 + 94,9) = 407$ km. Dla samolotu na 300 m: $4,12 \times (3,87 + 17,3) = 87$ km.
7. Podwojenie odległości zmniejsza moc odbieraną czterokrotnie, bo ta sama moc nadawana rozkłada się na sferze o czterokrotnie większym polu powierzchni. Tłumienie trasy przy 200 km i 1090 MHz: $20 \times 2,30 + 60,7 + 32,4 = 139$ dB, o 6 dB mniej niż przy 400 km, co zgadza się z czynnikiem cztery.
8. Antena położona poziomo ma polaryzację skrzyżowaną względem pionowo spolaryzowanej fali i odbiera bardzo mało; indukowany prąd zależy od składowej pola elektrycznego wzdłuż przewodnika.

Odbiornik na parterze traci zasięg, bo zmniejsza się jego odległość do horyzontu, $4,12 \times \sqrt{h_1}$, a także dlatego, że budynki zasłaniają linię widoczności.

DALEJ

Projekt krok po kroku

Projekt z lekcji 6 zakładał, że odbiornik już jest; warsztat praktyczny go buduje. Jest napisany dla kogoś, kto nigdy nie używał Raspberry Pi: lista zakupów z cenami, wybór anteny, jej umiejscowienie i straty w kablu, przygotowanie Pi, trzy polecenia instalujące feeder Dataero, przypisanie stacji, strojenie wzmacnienia oraz pięć pomiarów, po jednym na lekcję, które sprawdzają fizykę na prawdziwym niebie. Stacja przesyłająca dane do Dataero daje klasie panel, mapę zasięgu i rok historii do pracy.

Otwórz warsztat praktyczny <https://radar.dataero.eu/pl/learning/workshop>